

NomeCognome.....Data.....

1. Si calcoli, con il limite del rapporto incrementale, la derivata della funzione

$$y = \frac{1-x^2}{1+x^2} \text{ nel punto } x_0 = -1 \text{ (1). Si trovi poi in corrispondenza di tale punto}$$

l'equazione della retta tangente alla funzione. (0,50). Si tracci infine un grafico probabile della funzione e della sua tangente. (lo studio deve comprendere: dominio, segno, eventuali asintoti, incontro con gli assi)(1).

2. Calcolare la derivata di $f(x) = x \cdot \cos x$ in un punto x_0 con la definizione di derivata, cioè con il limite del rapporto incrementale. (ricordare la dimostrazione della derivata di un prodotto) (0,75).

3. Calcolare le derivate di queste funzioni con le regole di derivazione: (0,50 x 6)

a) $y = 4\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2}$ b) $f(x) = 5x^2 - \frac{1}{x^2}$ c) $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$

d) $f(x) = e^x \cdot \sin x$ e) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln \sqrt{x}$ f) $f(x) = \frac{\log_2 x}{\tan x - 1}$

NomeCognome.....Data.....

1. Si calcoli, con il limite del rapporto incrementale, la derivata della funzione

$$y = \frac{4-x^2}{4+x^2} \text{ nel punto } x_0 = -2 \text{ (1). Si trovi poi in corrispondenza di tale punto}$$

l'equazione della retta tangente alla funzione. (0,50). Si tracci infine un grafico probabile della funzione e della sua tangente. (lo studio deve comprendere: dominio, segno, eventuali asintoti, incontro con gli assi) (1).

2. Calcolare la derivata di $y = x \cdot \sin x$ in un punto x_0 con la definizione di derivata, cioè con il limite del rapporto incrementale. (ricordare la dimostrazione della derivata di un prodotto) (0,75).

3. Calcolare le derivate di queste funzioni con le regole di derivazione: (0,50 x 6)

a) $y = 5\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x^3}$ b) $f(x) = x^3 - \frac{5}{x^3}$ c) $f(x) = \frac{x^2}{x^3+1}$

d) $f(x) = 2^x \cdot \sin x$ e) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln \sqrt{x}$ f) $f(x) = \frac{\tan x - 1}{\ln x}$

4. Individua e classifica i punti di discontinuità della seguente funzione: (0,75)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} \dots\dots \text{per } x < -1 \\ \frac{\cos x - 1}{x^2} \dots\dots \text{per } -1 \leq x < 0 \\ -\frac{1}{2} \dots\dots\dots \text{per } x > 0 \end{cases}$$

5. Determina i punti appartenenti al grafico della funzione $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ in cui la retta tangente è parallela alla retta di equazione $y = 11x - 2$ (0,75)

6. Che cosa rappresenta il limite seguente e qual è il suo valore? (Per calcolare la potenza quarta puoi utilizzare lo sviluppo della potenza n-esima con Tartaglia) (0,75)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5\left(\frac{1}{2} + h\right)^4 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^4}{h}$$

7. Trovare il dominio della funzione $y = \frac{3}{2 \sin x - 1}$ (0,50)

totale: 9 + 1 punto bonus

8. Individua e classifica i punti di discontinuità della seguente funzione: (0,75)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} \dots\dots \text{per } x < -1 \\ \frac{\cos x - 1}{x^2} \dots\dots \text{per } -1 \leq x < 0 \\ -\frac{1}{2} \dots\dots\dots \text{per } x > 0 \end{cases}$$

9. Determina i punti appartenenti al grafico della funzione $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 7$ in cui la retta tangente è parallela alla retta di equazione $y = 10x + 1$ (0,75)

10. Che cosa rappresenta il limite seguente e qual è il suo valore? (Per calcolare la potenza quarta puoi utilizzare lo sviluppo della potenza n-esima con Tartaglia) (0,75)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4\left(\frac{1}{2} + h\right)^4 - 4\left(\frac{1}{2}\right)^4}{h}$$

11. Trovare il dominio della funzione $y = \frac{3}{2 \cos x - 1}$ (0,50)

totale: 9 + 1 punto bonus