Esercizi per la classe 5AS sul programma del 10.10.2013

1. Studia i vari tipi di discontinuità di questa funzione definita a tratti:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} \; per \; x<1 \\ \dfrac{x^2-1}{x-1} \; per \; 1<x\leq 2 \\ x+4 \; per \; x<2 \end{cases}$$

2. Determina per quali valori di a e b la seguente funzione è continua:

$$f(x)=\begin{cases} sen\, x+a \; per \; -\pi\leq x\leq\pi \\ \cos x \; per \; \pi<x\leq 2\pi \\ b-\cos x \; per \; 2\pi<x\leq 3\pi \end{cases}$$

   Traccia il grafico della funzione in corrispondenza di tali valori (ricorda come si traccia il grafico di $y=f(x)+k$ e $y=-f(x)$)

3. Determina l'equazione della retta tangente al grafico di $y=\cos x$ nel punto $x_0=\dfrac{\pi}{3}$.

4. Trova le derivate di (utilizzando le formule):

   a) $f(x)=\dfrac{2x^2}{5-2x}$ b) $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^3}$ c) $f(x)=x^2-\ln x+3^x$

   d) $y=\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{2x-1}$ e) $y=\dfrac{x^2\cdot tanx}{e^x}$ f) $y=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

5. Usando il limite del rapporto incrementale mostra che la funzione $y=\sqrt{x-2}$ presetna nel punto x= 2 una tangente verticale.
6. Dimostra la formula della funzione derivata di $y=\log_a x$ con il limite del rapporto incrementale.
7. Scrivi l'equazione di una funzione che presenta un asintoto orizzontale e due asintoti verticali e spiega la tua scelta
8. Trova tutti gli asintoti della funzione: $y=\sqrt{x^2+2x-3}-x$.
9. Trovare per quali punti la tangente alla curva di equazione $y=\dfrac{x^2-x-4}{x-1}$ è orizzontale.
10. Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\cos 2x}{1-\cos x} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x}{x^2} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^x \qquad \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{2x}$$

11. Data la curva $y=x-\dfrac{1}{2x}$ dire se essa ammette punti in cui la pendenza del grafico vale 3. In caso determinarli.
12. Studiare il segno della derivata prima della funzione $y=x\cdot(\ln x)^2$. (la derivata si può trovare applicando la regola del prodotto)