

1) Calcola i seguenti limiti (dove non è specificato e necessario suddividi limite destro da limite sinistro): (4)

A) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{6-x}}$

B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+6x+5}{x+4}$

C) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-x+1}}$

D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{sen}(e^x)$

E) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^3 x}{x \text{sen } x}$

F) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{x^2-1}$

G) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^4+4x}+x$

H) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2-2}{x+\sqrt{2}}$

I) $\lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{\arctan x}{x}$

L) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(10^x + \frac{x+1}{x}\right)$

2) Tre amici discutono animatamente di numeri reali. Anna afferma che sia i numeri razionali che gli irrazionali sono infiniti e dunque i razionali sono tanti quanti gli irrazionali. Paolo sostiene che gli irrazionali costituiscono dei casi eccezionali, ovvero che la maggior parte dei numeri reali sono razionali. Luisa afferma, invece, il contrario: sia i numeri razionali che gli irrazionali sono infiniti, ma esistono più numeri irrazionali che razionali. Chi ha ragione? Si motivi esaurientemente la risposta. (1)

3) Data la funzione $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ trova il limite per x che tende a 2. Rappresenta graficamente

la funzione in un intorno del punto x = 2 e scrivi la definizione di limite con M e δ .
Se prendo M = 9, sai trovare un intorno di x = 2 che verifica la definizione di limite? (1)

4) La scrittura $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 4$ stabilisce che: (scegli e giustifica la risposta corretta) (0,75)

a) per qualunque valore di x, la f(x) è prossima a 4	b) per qualunque valore di x, f(x) tende all'infinito
c) la differenza, in modulo, fra f(x) e 4 è minore di un qualunque numero positivo arbitrariamente piccolo, al decrescere di x	d) la differenza, in modulo, fra f(x) e 4 è minore di un qualunque numero positivo arbitrariamente piccolo, al crescere di x

5) Discuti la seguente affermazione con esempi o controesempi: “ Se la funzione f(x) ammette limite per x → c allora esiste f(c) (0,75)

6) Trova il dominio, segno e incontro con gli assi delle seguenti funzioni: (1,75)

$$y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x-1}{x+5}$$

$$y = \frac{\sqrt{\text{sen } x + \cos x}}{\tan x}$$