

I.I.S. Galilei- Artiglio Compito di matematica

Nome .....Cognome.....Data.....

1. Si calcoli, con il limite del rapporto incrementale, la derivata della funzione

$$y = \frac{1-x^2}{1+x^2} \text{ nel punto } x_0 = -1 \quad (1). \text{ Si trovi poi in corrispondenza di tale punto}$$

l'equazione della retta tangente alla funzione. (0,50).

2. Data la funzione  $y = \sqrt{1-x}$  trova:

a) la sua derivata in un generico punto  $x$  con la definizione (0,75)

b) confronta il dominio della funzione con il dominio della sua derivata. (0,25)

c) Calcola  $\lim_{x \rightarrow 1} f'(x)$  e stabilisci qual è la tangente alla curva nel punto di ascissa 1

(0,50)

d) Traccia il grafico della funzione (0,50)

3. Trova, con la definizione, la derivata della funzione  $y = e^{x^2}$  (1)

4. Sia  $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen } a x}{x} \dots \text{ per } x < 0 \\ x^2 + 2a + 1 \dots \text{ per } x \geq 0 \end{cases}$  con  $a$  parametro reale non nullo. Stabilire

se esiste un valore di  $a$  per cui la funzione è continua (0,50)

I.I.S. Galilei- Artiglio Compito di matematica

Nome .....Cognome.....Data.....

- 1) Si calcoli, con il limite del rapporto incrementale, la derivata della funzione

$$y = \frac{1-x^2}{1+x^2} \text{ nel punto } x_0 = -1 \quad (1). \text{ Si trovi poi in corrispondenza di tale punto l'equazione}$$

della retta tangente alla funzione. (0,50).

- 2) Data la funzione  $y = \sqrt{2-x}$  trova:

a) la sua derivata in un generico punto  $x$  con la definizione (0,70)

b) confronta il dominio della funzione con il dominio della sua derivata. (0,30)

c) Calcola  $\lim_{x \rightarrow 2} f'(x)$  e stabilisci qual è la tangente alla curva nel punto di ascissa 2

(0,50)

d) Traccia il grafico della funzione (0,50)

- 3) Trova, con la definizione, la derivata della funzione  $y = e^{x^2}$  (1)

4. Sia  $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen } a x}{x} \dots \text{ per } x < 0 \\ x^2 + 2a + 1 \dots \text{ per } x \geq 0 \end{cases}$  con  $a$  parametro reale non nullo. Stabilire

se esiste un valore di  $a$  per cui la funzione è continua (0,5)

5. Trova e classifica i punti di discontinuità delle seguenti funzioni: (1,5)

A)  $y = \arctan \frac{1}{x^6 - x^4}$

B)  $f(x) = \frac{2x - x^2}{|x|(x+4)}$

6. Dimostra attraverso un teorema che l'equazione  $\sqrt{x^2 + 1} = 2^{1-x}$  ha una soluzione nell'intervallo  $[0;1]$  ed esegui almeno un passaggio del metodo di bisezione per l'approssimazione di tale radice. (1) Come avresti potuto determinare l'intervallo  $[0;1]$  se non ti fosse stato dato ? (1)

7. Si consideri la funzione  $y = x^2 + x$  e l'intervallo  $[-1;1]$ . In tale intervallo la funzione ammette minimo ? e massimo ? Fare il grafico e dare un'esauriente spiegazione. (0,50)

8. Si consideri la seguente equazione in  $x$ :  $(k-2)x^2 - (2k-1)x + (k+1) = 0$  dove  $k$  è un parametro reale diverso da 2. Indicate con  $x'$  e  $x''$  le sue radici, calcolare i limiti di  $x' + x''$  quando  $k$  tende a 2, a  $+\infty$ , e  $-\infty$ . ( maturità 2005) (1)

5. Trova e classifica i punti di discontinuità delle seguenti funzioni: (1,5)

A)  $y = \arctan \frac{1}{x^6 - x^4}$

B)  $f(x) = \frac{2x - x^2}{|x|(x+4)}$

6. Dimostra attraverso un teorema che l'equazione  $\sqrt{x^2 + 1} = 2^{1-x}$  ha una soluzione nell'intervallo  $[0;1]$  ed esegui almeno un passaggio del metodo di bisezione per l'approssimazione di tale radice. Come avresti potuto determinare l'intervallo  $[0;1]$  se non ti fosse stato dato ? (1)

7. Si consideri la funzione  $y = x^2 + x$  e l'intervallo  $[-1;1]$ . In tale intervallo la funzione ammette minimo ? e massimo ? Fare il grafico e dare un'esauriente spiegazione. (0,5)

8. Si consideri la seguente equazione in  $x$ :  $(k-2)x^2 - (2k-1)x + (k+1) = 0$  dove  $k$  è un parametro reale diverso da 2. Indicate con  $x'$  e  $x''$  le sue radici, calcolare i limiti di  $x' + x''$  quando  $k$  tende a 2, a  $+\infty$ , e  $-\infty$ . ( maturità 2005) (1)