

1. Si dimostri che la funzione $y = -x^3 + 1$ soddisfa le condizioni del teorema del valor medio (o teorema di Lagrange) nell'intervallo $[-2;1]$. Determinare i valori la cui esistenza è garantita dal teorema e interpretare graficamente i risultati ottenuti. (1,5)

2. Stabilisci se alle seguenti funzioni è applicabile il teorema di Rolle nell'intervallo indicato e perché e in caso affermativo trovare il punto x_0 la cui esistenza è garantita dal teorema

A) $f(x) = \ln^2 x - 2 \ln x$ in $[e^{-1}; e^3]$ B) $f(x) = x + |x-2|$ in $[1;3]$

3) Verifica in base ad un corollario che devi enunciare che le funzioni $y = -\arcsen(x-1)$ e $y = \arccos(x-1)$ differiscono per una costante e individuala. (1)

4) Dimostra che se $f(x)$ è una funzione derivabile con $f'(x) \geq K$ per ogni $x > 0$ e $f(0) = 0$, allora $f(x) \geq Kx$ per $x \geq 0$ (1)

5) Studia intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, intervalli di concavità e convessità, punti di flesso della seguente funzione: (2)

$$y = \frac{x}{x^2 + 4}$$

6) Enunciare il teorema di Rolle e mostrare con opportuni esempi che se una delle tre ipotesi non è soddisfatta il teorema non è valido. (1,5)

1. Si dimostri che la funzione $y = -x^3 + 1$ soddisfa le condizioni del teorema del valor medio (o teorema di Lagrange) nell'intervallo $[-2;1]$. Determinare i valori la cui esistenza è garantita dal teorema e interpretare graficamente i risultati ottenuti. (1,5)

2. Stabilisci se alla seguenti funzioni è applicabile il teorema di Rolle nell'intervallo indicato e perché e in caso affermativo trovare i punti x_0 la cui esistenza è garantita dal teorema: (2)

D) $f(x) = 2 + x + |x-3|$ in $[2,4]$ E) $f(x) = \ln^2 x - 2 \ln x$ in $[e^{-1}; e^3]$

3) Verifica in base ad un corollario che devi enunciare che le funzioni $y = -\arcsen(x-1)$ e $y = \arccos(x-1)$ differiscono per una costante e individuala. (1)

4) Dimostra che se $f(x)$ è una funzione derivabile con $f'(x) \geq K$ per ogni $x > 0$ e $f(0) = 0$, allora $f(x) \geq Kx$ per $x \geq 0$ (1)

5) Studia intervalli di crescita e decrescenza, massimi e minimi, intervalli di concavità e convessità, punti di flesso della seguente funzione: (2)

$$y = \frac{x}{x^2 + 4}$$

6) Enunciare il teorema di Rolle e mostrare con opportuni esempi che se una delle tre ipotesi non è soddisfatta il teorema non è valido. (1,5)