

1) Determinare se è possibile applicare il teorema di Rolle alla funzione

$f(x) = \cos x + \cos 2x$ nell'intervallo $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ e nel caso trovare il punto o i punti la cui esistenza è garantita dal teorema. (p.1.....)

2) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - ax + a & \text{per } 1 < x \leq 2 \end{cases}$ si determini il valore di a in modo che nell'intervallo $[0,2]$ sia applicabile il teorema di Lagrange e si trovi il punto di cui il teorema garantisce l'esistenza. Tracciare anche il grafico della funzione e dare interpretazione geometrica del teorema di Lagrange (p.1,5.....)

3) Delle seguenti funzioni, studia il dominio, gli intervalli di crescita e decrescenza con massimi e minimi, gli intervalli di concavità e convessità con i punti di flesso: (p. 2,5.....)

a) $y = e^{-2x^3}$

b) $y = \frac{2x-1}{2x^3}$

4) Dimostrare, utilizzando uno dei corollari del teorema di Lagrange, che: (p.1.....)

$$\arccos\left(\frac{x-1}{x+1}\right) + 2 \arctan \sqrt{x} = \pi$$

5) Stabilisci che la funzione $f(x) = 2x|x-1|$ ha un punto angoloso per $x=1$ e poi spiega quale delle seguenti affermazioni è vera: (p.1.....)

- a) le due tangenti nel punto angoloso formano con il semiasse positivo delle ascisse angoli supplementari
- b) le due tangenti nel punto angoloso sono fra loro perpendicolari
- c) una delle tangenti nel punto angoloso è orizzontale
- d) l'angolo formato dalle due tangenti nel punto angoloso vale esattamente 60°

Valutazione: Il punteggio minimo è 1 e il massimo è 10.

La verifica si riferisce in gran parte ai teoremi delle funzioni derivabili. Il punteggio massimo per ogni esercizio si ottiene solo in presenza di APPROPRIATE GIUSTIFICAZIONI per le scelte effettuate.