

Prima parte (obbligatoria per tutti – vale 5 punti)

1) Calcola i seguenti limiti

(dove non è specificato e necessario suddividi limite destro da limite sinistro – se utilizzi un limite notevole scrivi anche questo limite notevole):

$$A) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 3x + 2}$$

$$B) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{-2x}$$

$$C) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 4x - 3} + x$$

$$D) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2 - 8x + 16}$$

$$E) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1}$$

$$F) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x^2 - 2}{1 - 2x}}$$

$$G) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + x}{x + \sin x}$$

$$H) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt{2 - \cos x} - 1}$$

$$I) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1 + 2x)}{\sin 3x}$$

$$L) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\arctan(\ln x))$$

2) Scrivi in forma simbolica il significato del seguente limite: $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{3x-4} = 0$ e verifica che è vero.

3) Spiega perché non esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin x$ e dimostra che invece esiste $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$

Seconda parte (scegli 4 dei seguenti quesiti – valgono 4 punti)

4) Determina per quale valore del parametro a si ha $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin a x}{5x} = -4$

5) Discuti al variare di k il risultato del seguente limite, spiegando bene le tue conclusioni:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^k + x + 1}{x^2 - 1}$$

6) Data la funzione $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$ trova il limite per x che tende a 2. Rappresenta graficamente la funzione in un intorno del punto $x = 2$ e scrivi la definizione di limite in maniera simbolica. Trova l'intorno di $x = 2$ per cui $f(x) > 20$

7) Sapendo che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+2b}-6}{x} = 1$ determina i valori di a e b

8) Si stabilisca se la seguente affermazione è vera o falsa, giustificando la risposta: “Esiste un polinomio $P(x)$ tale che: $|P(x) - \cos x| < 10^{-3}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ ”.

9) Si trovi per quali valori di x si ha $(x^2 + 6x + 10)^{x^2 + 5x + 4} = 1$

10) Valutando: dominio, segno, asintoti verticali e orizzontali associa ad ogni funzione il relativo grafico. **Spiega bene le tue scelte**

a. $y = \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{x - 1}$

b. $y = \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{x^3 - 1}$

c. $y = \frac{\sqrt{x^4 + 1}}{x^2}$

