

**Problema 1 (punti 4,50)**

Dato il numero complesso  $z = \frac{\sqrt{1+a^2}}{1-ai}$  con  $a$  parametro reale, trova il valore di  $a$  in modo che l'argomento di  $z$  sia  $\frac{\pi}{4}$ . (1)

- trova  $|z|$  e  $\bar{z}$  (0,50)
- trova  $z^6$  e poi le radici seste di  $z^6$ . Scrivi le radici in forma trigonometrica e rappresentale sul piano di Gauss. (0,50+1)
- Dato il numero complesso  $w = -1-2i$  trova  $z+w$  e  $z-w$   $z \cdot w$  e  $\frac{z}{w}$  tutti in forma algebrica, rappresenta i risultati sul piano di Gauss e fornisci l'interpretazione geometrica delle 4 operazioni nel campo dei numeri complessi. (1,5)

SCEGLI UN PROBLEMA E 4 QUESITI

**Problema 1 (punti 4,5)**

Data l'equazione  $iz^3+1=0$  trova le sue soluzioni  $z_1, z_2, z_3$ , dove  $z_3$  è la soluzione immaginaria pura e  $z_1$  ha la parte reale positiva. (1)

- Scrivi le tre soluzioni in forma algebrica e trigonometrica e rappresentale sul piano di Gauss. (0,50)
- Trova  $z_3^4$  e le radici quarte di  $z_3^4$  e rappresentale sul piano di Gauss (1)
- Calcola modulo e argomento di  $z_1-z_3$  e  $z_2^2+z_3$ , rappresenta i numeri sul piano e spiega l'interpretazione geometrica della differenza tra numeri complessi (1)
- Trova un numero complesso  $w$  in modo che  $w \cdot z_2$  sia un numero reale e spiega il tuo ragionamento anche utilizzando l'interpretazione geometrica tra numeri complessi nel piano di Gauss. (1)

**Questionario- Risolvi 4 dei seguenti quesiti ( 1,1 x 4)**

1) Trova le radici quadrate di  $-16i$ , non con la formula generale, ma con il metodo algebrico.

2) Una sola delle seguenti funzioni ha per dominio tutto  $\mathbb{R}$ , individuala e danne esauriente spiegazione:

a)  $y = \sqrt{\cos x - x^2}$       b)  $y = \sqrt{\cos x + x^2}$   
c)  $y = \sqrt{\cos x - \cos^2 x}$       d)  $y = \sqrt{\cos x + \cos^2 x}$

3) Trova il dominio della seguente funzione  $y = \sqrt{\ln(\sin x - \cos x)}$

4) Uno studio di design vuole produrre un nuovo gadget: un oggetto simile a un orologio, che però segni con una lancetta i giorni della settimana anziché le ore. Determina le coordinate di sette punti che suddividono la circonferenza in sette archi uguali (prendi la circonferenza goniometrica per semplificare il problema). Approssima le coordinate a due cifre decimali e fai una rappresentazione grafica dell'orologio.

5) Rappresenta sul piano di Gauss gli insiemi:  $A = \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 4 \wedge \frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \pi\}$  e

$$B = \{w \in \mathbb{C} : w = 2iz \text{ con } z \in A\}$$

6) Semplifica l'espressione:  $\left[ \left( \frac{i^{37} - 1}{i + 1} \right)^2 - \left( \frac{2 + i^{31}}{2 + i} \right)^2 \right] \cdot \frac{25}{6}$

7) Nel triangolo ABC risulta  $\overline{AB} = a$  e  $\overline{BC} = 3a$  e  $\tan \hat{B} = -2\sqrt{2}$ . Determina la misura di  $\overline{AC}$  e le ampiezze, approssimate a meno di un grado, degli angoli del triangolo. ( non usare la funzione arctangente)