1 ottobre 2016 – classe 5BS

Syllabus Matematica (argomenti fondamentali degli anni precedenti da SAPERE)

SAPERE

Definizione di **funzione** e i seguenti concetti collegati:

- dominio
- codominio
- immagine
- funzione iniettiva
- funzione suriettiva
- funzione biunivoca
- funzione invertibile
- funzione inversa
- grafico della funzione inversa
- funzione pari
- funzione dispari
- funzione esponenziale con base maggiore di 1 e compresa tra 0 e 1
- funzione logaritmo con base maggiore di 1 e compresa tra 0 e 1
- retta e parabola
- funzione seno, coseno e tangente
- funzione arcseno, arcoseno e arctangente
- funzione crescente e strettamente crescente
- funzione decrescente e strettamente decrescente
- trasformazioni applicate alle funzioni: $y=f(x)+k$, $y=f(x+k)$, $y=|f(x)|$
- semplici funzioni definite a tratti
- funzioni composte

SAPER FARE

- trovare il dominio di funzioni fratte, irrazionali e trascendenti, utilizzando equazioni e disequazioni algebriche, con valore assoluto, goniometriche, esponenziali, logaritmiche etc....
- saper riconoscere sia algebricamente che dal grafico le caratteristiche di una funzione elencate sopra (esempio se è pari o dispari, se è iniettiva, suriettiva...etc...)
- data l'equazione, saper disegnare le principali funzioni studiate negli anni precedenti: rette, parabole, semiellissi, semicirconferenze, semiiperboli, iperbole equilatera riferita ai propri asintoti, iperbole omografica.
- Dato il grafico, saper ricavare l'espressione algebrica di semplici funzioni
- Saper riconoscere dal grafico se una funzione è invertibile e tracciare il grafico della funzione inversa (eventualmente operando una opportuna restrizione sul suo dominio)
- Saper trovare l'equazione algebrica della funzione inversa di una semplice funzione
- saper disegnare tutte le funzioni goniometriche
- saper riconoscere gli intervalli dove una funzione è crescente e decrescente
- dato il grafico di una funzione, saper tracciare il grafico di $y=f(x)+k$ $y=f(x+k)$ $y=|f(x)|$
- saper determinare la funzione composta date due funzioni f e g.

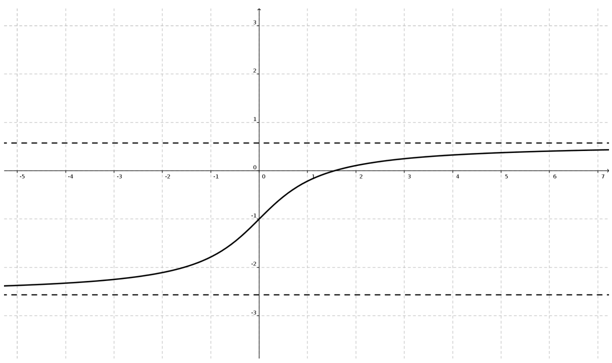
Esempi di esercizi:

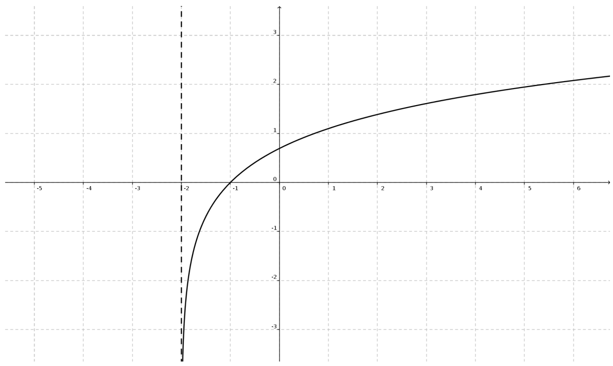
1) Trova il dominio e l'intersezione con gli assi cartesiani delle seguenti funzioni:

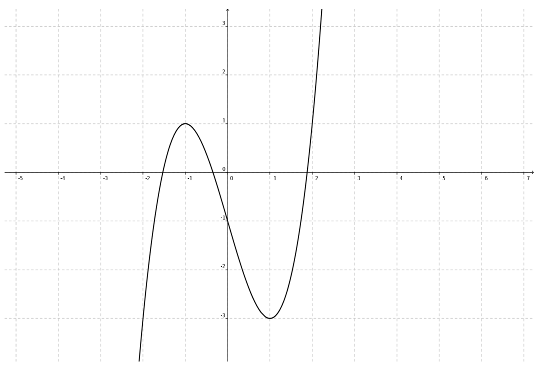
A) $y=\frac{\ln|x-2|}{\log_{0,2}x}$ B) $y=\frac{4-x}{\sqrt{sen\,x+\cos x+1}}$ C) $y=arcsen\left(e^{x-1}-1\right)$

D) $y=\frac{x^2-1}{x^3-x^2+4x-4}$ E) $y=\sqrt{\frac{2x+1}{x^2-6x+5}}$

2) **Per ciascuna delle funzioni di cui è tracciato il grafico stabilisci se è invertibile e perché. In caso negativo, operare una opportuna restrizione del dominio a tua scelta in modo che la funzioni diventi invertibile e poi traccia il grafico di tutte le inverse.**







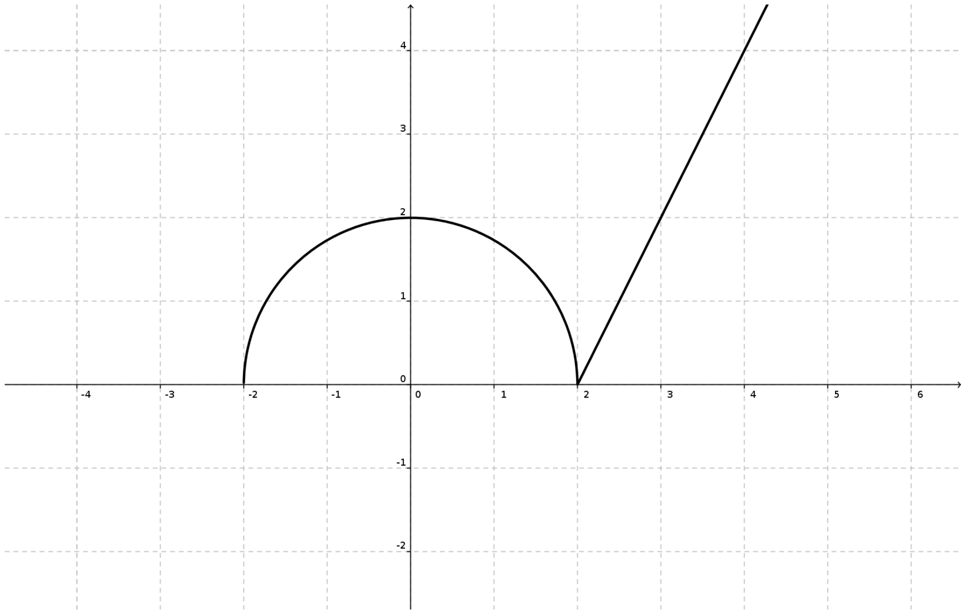
3) **Una sola delle seguenti funzioni è dispari, individua quale e trova l'espressione analitica della sua inversa:**

F) $y=x\sqrt[3]{x}$ G) $y=x\sqrt{x}$ H) $y=x^2\sqrt[3]{x}$ I) $y=x^2\sqrt{x}$

4) **Traccia il grafico della seguente funzione e determina estremo superiore, estremo inferiore, massimo e minimo se esistono della funzione**

$$f(x)=\begin{cases} e^x-1 \ldots\ per\ x<0 \\ \sqrt{x} \ldots\ per\ x\geq 0 \end{cases}$$

5) **Ricava dal grafico l'espressione algebrica della seguente funzione ed indica estremo sup, estremo inf, eventuale max e min della sua immagine.**



6) **Given functions** $f(x)=2x-6$ **and** $g(x)=f^{-1}(x)$ **, solve** $f(x)=g(x)$

7) **A number *r* is called a fixed point of a function *f* if** $f(r)=r$ **. If the function** $f(x)=x^2+ax+b$ **ha s unique fixed point, find *b* in terms of *a*.**

8) **Stabilisci algebricamente se le seguenti funzioni sono pari, dispari o né pari né dispari:**

L) $y=x\,arctanx+\cos x$ **M)** $y=\frac{sen^2 x}{x^2+1}$ **N)** $y=\frac{x|x|}{x^2+2}$

9) Date le funzioni $f(x)=\ln x$ **e** $g(x)=x^2-2x$ **, determina l'espressione di** $f\circ g$ **e** $g\circ f$ **e i loro domini.**

10) Un modello matematico prevede che il virus dell'influenza si diffonda all'interno di una popolazione di P persone con una velocità (numero di nuovi casi giorno per giorno) proporzionale sia al numero di persone che hanno già contratto la malattia, sia al numero di quelle che non sono infettate.

- **Chiama x in numero di persone infette, f(x) la velocità di diffusione e mostra che, nell'ipotesi che la popolazione resti costante nel tempo, la velocità massima di diffusione si ha quando il numero delle persone infette corrisponde alla metà della popolazione stessa.**
- **Calcola il valore della costante di proporzionalità nell'ipotesi che, su un campione di 100.000 persone, 1750 siano ammalate il giovedì e, il venerdì, ci siano 370 nuovi casi.**
- **Stima il numero di nuovi casi di infezione il sabato.**